LICEO OSCAR CASTRO ZUÑIGA
RANCAGUA
DEPTO. MATEMÁTICA

NIVEL: 3° Medio
PROF: Mª Elena N

<table>
<tr><th colspan="4">GUIA 7 PERMUTACIONES y probabilidades</th></tr>
<tr><td>CONTENIDO
Permutaciones simples
Cálculo de Probabilidades con permutaciones y combinatoria</td><td>Objetivo de aprendizaje: Resuelven problemas de probabilidades donde usen permutaciones y combinatoria</td><td colspan="2">Objetivo específico: Resolver permutaciones simples
Resuelven problemas de planteo de probabilidades donde se utilizan los cálculos de permutaciones y Combinatoria</td></tr>
<tr><td colspan="2">ALUMNO:</td><td>CURSO:
3°</td><td>FECHA:
15/06 al 19/ 06</td></tr>
</table>

INSTRUCCIONES GENERALES:
- En la siguiente guía se presenta el contenido, ejercicios resueltos y ejercicios propuestos que se trabajará durante esta semana
- De esta guía, debes estudiar y desarrollar en tú cuaderno(NO enviar desarrollo al correo de los profesores)Sólo debe enviar consultas sobre el contenido expuesto en la guía, o bien, de los ejercicios planteados como parte de su trabajo personal
- Las dudas que surjan, puede consultarlas por medio del correo oficial del curso al profesor José Luis Pérez (joseluis.perez@liceooscarcastro.cl).
- El tiempo que debe destinar para el estudio y desarrollo de ésta guía será desde el 15 de junio al 19 de junio de 2020.
- La retroalimentación de la guía se enviará al correo oficial de cada curso el 19 de junio de 2020 y será subida a la plataforma el mismo día.
- Cuando se retorne a clases presenciales, el/la profesor(a) revisará su cuaderno, con todos los desarrollos, con el fin de evaluar proceso con una nota acumulativa.

Permutaciones sin repetición

Permutación simple de "n" elementos: Son los distintos grupos que se pueden formar con "n" elementos distintos a la vez, de manera que estos grupos se diferencien solo en el orden de los elementos que los componen, es decir, que el grupo AB sea distinto que BA

$$\boldsymbol{P_n = n!}$$

Ejemplo 1: Consideremos la palabra PAN ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden formar usando las tres letras?

Así obtenemos P, A, N: PAN , PNA, APN, ANP, NAP, NPA en total son 6. Cada una de ellas es una permutación de las letras dadas.
Para calcular el resultado 6 **se aplica el principio multiplicativo.**
Primera letra: 3 alternativas para elegir
Segunda letra: 2 alternativas, ya que no podemos elegir la que se ha puesto en primer lugar, cualquiera que sea
Tercera letra: 1 alternativa, pues ya hemos colocado las otras 2 letras.

○ ○ ○
3 2 1 → letras para completar cada círculo

Aplicando el principio multiplicativo: 3 · 2 · 1 = 6 palabras

Note que al aplicar la fórmula de permutaciones tendríamos el mismo resultado, pues debemos ordenar los tres elementos a la vez:

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ejemplo 2: ¿De cuantas maneras diferentes se pueden ordenar los números 1, 2, 3, 4 y 5 si el 3 debe ocupar siempre el lugar central?

? ?   ? ?
◯ ◯ 3 ◯ ◯

Si pensamos en ordenar los números 1, 2, 4 y 5 (que en total son 4) y, luego, colocar el 3 al medio, el total de ordenaciones diferentes es:

P_4 = 4! = 4 · 3 · 2 ·1 = 24 Respuesta de 24 maneras diferentes

Note que el número 3 está fijo, no cambia su ubicación, por lo tanto, solo nos debemos preocupar por ordenar (permutar) los otros 4 números. Algunos ejemplos de permutaciones que se obtendrían en este caso son:

12345, 21354 ,51324 ,52342 ,etc

Observación importante: *Recuerde que en las variaciones con y sin repetición, se hacen grupos de k elementos de un total de n de ellos, en donde IMPORTA EL ORDEN de disposición de los mismos. Sin embargo, la principal diferencia para distinguir una variación de una permutación es la cantidad de elementos que se ordenan:*
<u>En una permutación se ordenan TODOS los elementos de los que se dispone, mientras que en una variación se ordenan k elementos (solo algunos) de un total de n de los mismos.</u>

<u>Ejercicios Propuestos 1</u>

1.- ¿Cuántas palabras con o sin sentido se pueden formar con la palabra DISCO?

2.- Escribe todas las permutaciones distintas de los dígitos 2, 3, 4 y 8 si todas deben comenzar con el 8.

3.- Un tren está formado por la locomotora y 7 carros ¿De cuántas maneras diferentes se pueden enganchar los carros?

4.- Calcula de cuántas maneras se pueden colocar 12 alumnos y su profesor en una fila para una fotografía, si este último se ubica siempre al centro de la foto.

5.- Un matrimonio y sus cuatro hijos se ordenan en una fila para tomarse una foto. Determina en cada caso cuántas fotos diferentes pueden tomarse si:
  a) El matrimonio se ubica al centro
  b) El papá y la mamá se colocan en los extremos
  c) Cada uno toma distintas posiciones

<u>Permutaciones y combinaciones con Probabilidades</u>

La regla de Laplace nos permite calcular la probabilidad teórica, como se estudió previamente en el curso:

$$\textbf{P(A)} = \frac{\textbf{número de casos favorables}}{\textbf{número total de casos}}$$

Ahora, utilizaremos las técnicas de conteo, es decir, combinaciones, variaciones y permutaciones, además del principio multiplicativo, para facilitar el cálculo de algunas probabilidades.

Ejemplo 1 El profesor de Matemática va al colegio solamente con camisas blancas o moradas. Para variar su presencia tiene, además, tres tipos de corbatas: unicolores, rayadas y punteadas.

a) ¿Es posible que el profesor vaya al colegio los cinco días de la semana con diferentes tipos de combinaciones de camisas y corbatas, sin repetir ninguna?

Respuesta: El profesor tiene 2 tipos de camisas: blanca (b) y morada (m)
Y 3 tipos de corbata, unicolor (u), rayadas (r) y punteadas (p)
Usando el principio multiplicativo tenemos 2 · 3 combinaciones posibles, es decir 6 formas distintas de vestirse, estas son

(b, u) ; (b, r) ; (b , p) ; (m , u) ; (m , r) ; (m , p)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el profesor escoja una combinación con corbata rayada para ir a trabajar día lunes?

Respuesta: Casos favorables 2 (son dos combinaciones de ropa que tienen corbata rayada)

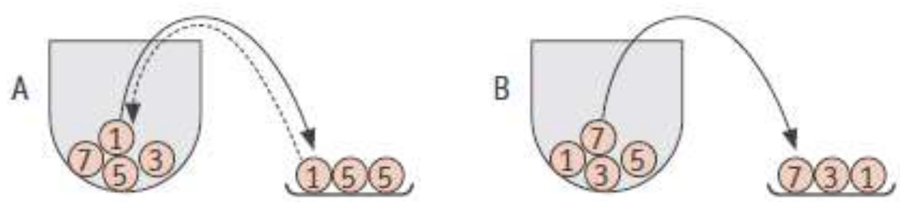
Casos totales 6 (son seis las combinaciones totales posibles de vestir)

Luego la probabilidad de elegir la corbata rayada el día lunes es:

$$P(elegir\ combinación\ con\ corbata\ rayada) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}3333 \ldots = 33{,}3\ \%$$

Ejemplo 2: En un recipiente hay cuatro bolitas numeradas con números impares del 1 al 7. En el experimento A, se saca una bolita, se anota el número y <u>se la devuelve al recipiente</u>. Se repite el proceso dos veces más, para formar un número de tres dígitos (no necesariamente distintos). En el experimento B también se sacan tres bolitas, de a una, <u>pero sin devolverlas al recipiente</u>.

Un experimento como el A, donde se devuelven los elementos al recipiente, para luego volver a realizarlo, se llama experimento CON REPOSICIÓN. Mientras que en el caso B, donde sacamos una bolita, y luego NO la devolvemos al recipiente, se dirá experimento SIN REPOSICIÓN.



a) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar realizando el experimento A?

Usando el principio multiplicativo tenemos que en A

○ ○ ○

4 4 4 ⟶ Como se devuelve la bolita tenemos 4 posibilidades en cada extracción, la que nos da un total 4 · 4 · 4 = 64

Otra forma de responder a la pregunta es considerar que tenemos 4 bolitas, de las cuales debemos extraer 3 <u>CON REPETICIÓN</u> y luego <u>ordenarlas</u>. En este caso, trabajaríamos con una variación con repetición de un total de 4 elementos, tomados de 3 en 3. Recuerde que teníamos $VR_k^n = n^k$. Así, en este caso:

$$VR_3^4 = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Respuesta: se pueden formar 64 números distintos al realizar el experimento A.

b) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar realizando el experimento B?

Como no se devuelven las bolitas, no pueden repetirse los dígitos en las cifras, luego

○ ○ ○

4 3 2 ⟶ Como no se devuelven las bolitas tenemos en la primera extracción 4 Posibilidades, en la segunda 3 y en la tercera 2 luego, por principio multiplicativo 4 · 3 · 2 = 24

Otra forma de responder la pregunta es emplear variación SIN REPETICIÓN. Aclaremos que se trata de una variación, pues debemos extraer 3 bolitas de un total de 4 de ellas, en donde: no se pueden repetir las bolitas extraídas y además, el orden SÍ IMPORTA, pues se generan números (135 es diferente de 531). Recordemos que la fórmula de una variación sin repetición era

$$V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Que, en nuestro caso tenemos:

$$V_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Respuesta: Pueden formarse 24 números distintos al realizar el experimento B.

c) Al realizar el experimento A, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 200?

Primero, fijemos algunas ideas. Como en el recipiente, solo tenemos números impares, entonces para generar un número de tres dígitos menor que 200, debemos necesariamente fijar la bolita 1 al comienzo (en la cifra de centenas), puesto que sí, estaríamos generando un número mayor a 200. Por lo tanto, debemos fijar el dígito uno al comienza de cada número de nuestro interés.

1 → número fijo

○ ○ ○

4 4 → Como las bolitas se devuelven, tenemos 4 posibilidades para las 2 siguientes.
Luego 4· 4 = 16 posibilidades, a partir del principio multiplicativo.

Otra forma de considerar los casos favorables, para posteriormente calcular la probabilidad mediante modelo de Laplace, es emplear variaciones con repetición. Como ahora solo disponemos de dos números que extraer, pues fijamos el primero, importa el orden y es posible la repetición (dado el experimento A), entonces tenemos

$$VR_2^4 = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Con esto, tenemos: Casos favorables 16, y el total de casos es 64. Luego la probabilidad de tener un número menor que 200 es:

$$P(obtener\ un\ número\ menor\ que\ 200) = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$$

Ejemplo 3: En un Residencia de adultos mayores cada lunes juegan al BINGO (que contiene bolas numeradas del 1 al 15). Si Estela tiene 1 cartón con los números {1,3,7,9,13}. ¿Cuál es la probabilidad de que los primeros 5 números anunciados sigan el mismo orden que el cartón de Estela?

Casos favorables para Estela {1 ,3, 7, 9, 13}
Casos totales: (todas las posibles **combinaciones** de los 15 números, no importa el orden y no se repiten elementos)

$$C_5^{15} = \frac{15\,!}{5!(15-5)!} = \frac{15\,!}{5! \cdot 10!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{360.360}{120} = 3.003$$

$$P = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ total\ de\ casos} = \frac{1}{3.003} = 0{,}0003 \text{ aprox.} = 0{,}03\% \text{ aprox.}$$

Respuesta: La probabilidad es aproximadamente de un 0,03%

Ejercicios propuestos 2

1.- a) ¿Cuántas palabras distintas (con o sin sentido) se pueden escribir utilizando las letras de la palabra "PASO"?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir una palabra al azar esta comience con "PA"?

2.- En una corrida de autos participan 4 pilotos, ellos son Vettel, Alonso, Hamilton y Reyes.

a) ¿Cuántas permutaciones hay de los cuatro lugares?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que Hamilton llegue en cuarta posición?

3.- En el desarrollo de un medicamento trabajan cuatro científicos; se elegirá a dos de ellos para que gestionen la parte financiera de la investigación. No habrá ninguna prioridad entre las personas elegidas.

a) ¿Cuántas pares de científicos se podrían elegir para gestionar las finanzas de la investigación?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una de las parejas de científicos sea elegida?

El trabajo tesonero todo lo vence